

МАТЕМАТИКА

Комплексна підготовка
до ЗНО і ДПА

За чинною програмою

Укладачі

Анатолій Капіносов, Галина Білоусова, Ярослав Гап'юк, Лариса Кондратьєва,
Олеся Мартинюк, Сергій Мартинюк, Лариса Олійник, Петро Ульшин, Олег Чиж



Тернопіль
Видавництво «Підручники і посібники»
2017

УДК 371.32
М 33

Укладачі:

*Анатолій Миколайович Капіносов,
Галина Миколаївна Білоусова,
Галина Володимирівна Гап'юк,
Лариса Іванівна Кондратьєва,
Олеся Миронівна Мартинюк,
Сергій Володимирович Мартинюк,
Лариса Іванівна Олійник,
Петро Іванович Ульшин,
Олег Йосипович Чиж*

Літературне редагування *Людмили Олійник*
Дизайнер обкладинки *Віталій Нехай*

Математика. Комплексна підготовка до ЗНО і ДПА / Уклад. :
М 33 А. М. Капіносов [та ін.]. — Тернопіль : Підручники і посібники,
2017. — 560 с.

ISBN 978-966-07-3125-7

Посібник містить теоретичний матеріал, а також тестові завдання різних рівнів складності з усіх тем шкільного курсу математики. Зміст матеріалів відповідає вимогам чинної програми та чинним навчальним програмам з математики.

Для абітурієнтів, учнів 11 класу, учителів математики.

УДК 371.32

ISBN 978-966-07-3125-7

© Капіносов А. М., Білоусова Г. І., Гап'юк Г. В., Кондратьєва Л. І.,
Мартинюк О. М., Мартинюк С. В., Олійник Л. І., Ульшин П. І., Чиж О. Й., 2017

ПЕРЕДМОВА

Посібник призначений для підготовки учнів загальноосвітніх навчальних закладів та абітурієнтів до ЗНО і ДПА. Його укладено відповідно до чинної програми та чинних навчальних програм з математики. Метою посібника є надання практичної, методичної та психологічної допомоги учням у підготовці до ЗНО і ДПА.

У посібнику міститься довідковий теоретичний матеріал, приклади розв'язання задач і вправ і завдання з усіх тем шкільного курсу математики. Завдання кожної теми складаються з чотирьох частин. *Перша* частина містить довідковий теоретичний матеріал і зразки розв'язання вправ. *Друга* частина — тестові завдання із п'ятьма варіантами відповідей, з яких лише один правильний. Усі завдання розміщені в послідовності зростання складності. *Третя* частина містить завдання, які передбачають установлення відповідності між деякими математичними поняттями, позначеними цифрами 1–4, та їхніми властивостями, позначеними буквами А–Д. У *четвертій* частині вміщено тестові завдання відкритої форми — самостійне знаходження відповіді у вигляді десяткового дробу.

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Тема 1. Обчислення. Арифметичні задачі

Натуральні числа — це числа, які використовують при лічбі: 1, 2, 3, Множину натуральних чисел позначають буквою N .

Цілі числа — це натуральні числа, числа протилежні до них та число нуль. Цілими є числа $-2, 4, 0$ тощо. Множину цілих чисел позначають буквою Z .

Раціональні числа — це числа, які можна подати у вигляді $\frac{m}{n}$, де m — ціле число ($m \in Z$), n — натуральне число ($n \in N$). Кожне раціональне число можна представити у вигляді скінченного або нескінченного періодичного десяткового дробу. Раціональними є числа $4,5; -3; -7,3; \frac{3}{4}; 2\frac{7}{9}$ тощо. Множину раціональних чисел позначають буквою Q .

Ірраціональні числа — це нескінченні десяткові неперіодичні дроби. Наприклад, ірраціональними є числа $\sqrt{5}, \cos 7^\circ, \pi$ тощо. Множину ірраціональних чисел позначають буквою I .

Дійсні числа — це раціональні та ірраціональні числа. Кожне дійсне число можна зобразити точкою на числовій осі, а кожній точці числової осі відповідає дійсне число. Множину дійсних чисел позначають буквою R .

Прості та складені числа

Натуральне число називають *простим*, якщо воно має лише два дільники: одиницю і саме число. Найменше просте число — 2. Наприклад, число 9 має два дільники (1 і 19), тому воно є простим.

Натуральне число називають *складеним*, якщо воно має більше, ніж два дільники. Число 6 має чотири дільники (1, 2, 3 і 6), тому воно є складеним.

Число 1 має лише один дільник, тому воно є ні простим, ні складеним.

Розкласти складене число на прості множники означає записати дане число у вигляді добутку простих чисел — дільників даного числа. Наприклад, $12600 = 7 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 2^3$.

Взаємно простими числами називають числа, які не мають спільних дільників, крім одиниці. Наприклад, $65 = 5 \cdot 13$, $306 = 2 \cdot 3^2 \cdot 17$, тому числа 65 і 306 — взаємно прості.

Найбільшим спільним дільником (НСД) кількох натуральних чисел називають найбільше число, на яке дані числа діляться без остачі. НСД даних чисел дорівнює добутку спільних простих множників цих чисел.

Найменшим спільним кратним (НСК) кількох натуральних чисел називають найменше число, яке ділиться без остачі на кожне з даних чисел. НСК даних чисел дорівнює добутку одного з них на прості множники, яких нема у його розкладі, але є у розкладах решти чисел.

Якщо числа a та b — взаємно прості, тобто $\text{НСД}(a; b) = 1$, то $\text{НСК}(a; b) = a \cdot b$. Наприклад, оскільки числа 9 і 25 є взаємно простими ($\text{НСД}(9; 25) = 1$), то $\text{НСК}(9; 25) = 9 \cdot 25 = 225$.

Звичайним дробом називають число виду $\frac{m}{n}$, де m та n — натуральні числа. Риска дроби означає

дію ділення: $\frac{m}{n} = m : n$.

Число n — *знаменник* дроби — вказує, на скільки рівних частин поділили число (величину), число m — *чисельник* дроби — скільки таких частин узято.

Дріб, у якому чисельник менший за знаменник, називають *правильним*. Дріб, у якому чисельник більший за знаменник або дорівнює йому, називають *неправильним*. Наприклад, дроби $\frac{7}{12}$, $\frac{16}{23}$, $\frac{8}{44}$ — правильні, а дроби $\frac{20}{13}$, $\frac{99}{33}$, $\frac{15}{15}$ — неправильні.

Число, яке складається з натурального числа і звичайного дробу, називають *мішаним*. Наприклад, $4\frac{8}{11}$, $132\frac{2}{5}$ — мішані числа. Мішане число можна записати у вигляді суми натурального числа і звичайного дробу. Наприклад, $4\frac{8}{11} = 4 + \frac{8}{11}$.

Щоб записати мішане число у вигляді неправильного дробу, досить його цілу частину помножити на знаменник дробової частини, до знайденого добутку додати чисельник і результат записати в чисельнику, а знаменник залишити тим самим. Наприклад, $5\frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{23}{4}$.

З будь-якого неправильного дробу можна виділити цілу частину. Для цього досить поділити з остачею чисельник на знаменник. Частка від ділення буде цілою частиною, остача — чисельником, а дільник — знаменником. Наприклад, $\frac{38}{9} = 4\frac{2}{9}$, бо $38 : 9 = 4$ (ост. 2).

Основна властивість дробу. Якщо чисельник і знаменник дробу помножити чи поділити на одне й те саме натуральне число, то отримаємо дріб, який дорівнює даному. Наприклад, $\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{4}{24}$;
 $\frac{100}{70} = \frac{100 : 10}{70 : 10} = \frac{10}{7}$.

Скороченням дробу називають ділення чисельника і знаменника дробу на їх спільний дільник, відмінний від одиниці. Найбільше число, на яке можна скоротити дріб, — найбільший спільний дільник чисельника і знаменника і якщо він дорівнює 1, то дріб називають *нескоротним*. Наприклад, дріб $\frac{100}{70}$ скоротний, бо $\frac{100}{70} = \frac{100 : 10}{70 : 10} = \frac{10}{7}$, а дріб $\frac{9}{13}$ — нескоротний.

Заміну дробів з різними знаменниками відповідно рівними їм дробами з однаковими знаменниками називають *зведенням дробів до спільного знаменника*. Найменшим спільним знаменником дробів є найменше спільне кратне їх знаменників.

Щоб звести дріб до найменшого спільного знаменника, досить:

- 1) знайти найменше спільне кратне знаменників дробів;
- 2) поділити найменше спільне кратне на кожен знаменник і знайти додаткові множники для кожного дробу;
- 3) помножити чисельник і знаменник кожного дробу на його додатковий множник.

Наприклад, звести дроби $\frac{7}{8}$ і $\frac{5}{6}$ до найменшого спільного знаменника. 1) Найменше спільне кратне чисел 8 і 6 дорівнює 24; 2) $24 : 8 = 3$; $24 : 6 = 4$. Отже, числа 3 і 4 є додатковими множниками для дробів $\frac{7}{8}$ і $\frac{5}{6}$ відповідно; 3) $\frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{21}{24}$; $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$.

Дії над звичайними дробами

1. Додавання і віднімання. Сумою (різницею) дробів з однаковими знаменниками є дріб, чисельник якого є сумою (різницею) чисельників цих дробів, а знаменник дорівнює їх знаменникам:

$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ ($\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$). Щоб додати (відняти) дроби з різними знаменниками, треба їх спочатку звести до спільного знаменника.

2. **Множення.** Добутком дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник — добутку знаменників даних дробів: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

3. **Ділення.** Часткою двох дробів є дріб, який дорівнює добутку дробу-діленого та оберненого числа до дробу-діляника: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$.

Наприклад: 1) $\frac{2}{11} + \frac{3}{11} = \frac{2+3}{11} = \frac{5}{11}$; 2) $\frac{2^4}{3} + \frac{1^3}{4} = \frac{4 \cdot 2 + 3 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{8+3}{12} = \frac{11}{12}$;

3) $\frac{1^3}{6} + \frac{1^2}{9} = \frac{3 \cdot 1 + 2 \cdot 1}{18} = \frac{3+2}{18} = \frac{5}{18}$; 4) $2\frac{1}{10} + 7\frac{4}{15} = 2 + 7 + \frac{3 \cdot 1 + 2 \cdot 4}{30} = 9 + \frac{11}{30} = 9\frac{11}{30}$;

5) $6\frac{4}{5} - 2\frac{3}{4} = 6 - 2 + \frac{4}{5} - \frac{3}{4} = 4\frac{16-15}{20} = 4\frac{1}{20}$; 6) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{6}{35}$; 7) $2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{2}{3} = \frac{5}{2} \cdot \frac{11}{3} = \frac{5 \cdot 11}{2 \cdot 3} = \frac{55}{6} = 9\frac{1}{6}$;

8) $\frac{2}{13} \cdot \frac{3}{8} = \frac{2}{13} \cdot \frac{8}{3} = \frac{2 \cdot 8}{13 \cdot 3} = \frac{16}{39}$; 9) $5 : \frac{4}{17} = \frac{5}{1} \cdot \frac{17}{4} = \frac{5 \cdot 17}{1 \cdot 4} = \frac{85}{4} = 21\frac{1}{4}$;

10) $5\frac{4}{9} \cdot 1\frac{12}{21} = \frac{49}{9} \cdot \frac{33}{21} = \frac{7 \cdot 49 \cdot 33^{11}}{3 \cdot 9 \cdot 21 \cdot 3} = \frac{7 \cdot 11}{3 \cdot 3} = \frac{77}{9} = 8\frac{5}{9}$;

11) $3\frac{5}{11} : 5\frac{5}{33} = \frac{38}{11} : \frac{170}{33} = \frac{38}{11} \cdot \frac{33}{170} = \frac{19 \cdot 38 \cdot 33^3}{11 \cdot 170 \cdot 85} = \frac{19 \cdot 3}{1 \cdot 85} = \frac{57}{85}$.

Числові вирази

Числовий вираз — це запис, який складається з чисел, об'єднаних знаками арифметичних дій, і дужок. Якщо в числовому виразі виконати зазначені дії, дотримуючись порядку виконання арифметичних дій, то одержимо число, яке називають *значенням числового виразу*.

Порядок дій у числовому виразі

Додавання і віднімання чисел називають *діями першого ступеня*, а множення і ділення — *діями другого ступеня*.

1. Якщо в числовому виразі немає дужок і він містить лише дії одного ступеня, то їх виконують за порядком запису зліва направо.

2. Якщо у виразі є дії першого та другого ступенів, а дужок немає, то спочатку виконують дії другого ступеня, а потім — дії першого ступеня.

3. Якщо у виразі є дужки, то спочатку виконують дії в дужках у порядку, зазначеному в п. 1 і 2.

Наприклад, у числовому виразі $25 \cdot 296 - 17 \cdot (300 - 7 \cdot 40) + 5 \cdot 138$ порядок виконання арифметичних дій є таким:

$$25 \cdot 296 - 17 \cdot (300 - 7 \cdot 40) + 5 \cdot 138$$

Десятковий дріб — інша форма запису звичайного дробу зі знаменником 10^n , де n — натуральне число. Наприклад, $\frac{4}{10} = 0,4$; $\frac{53}{1000} = 0,053$; $\frac{609}{10} = 60,9$.

Дії над десятковими дробами

1. **Додавання, віднімання.** Щоб додати або відняти десяткові дроби, потрібно їх записати так, щоб однакові розряди були один під одним (або «кома під комою») і виконати дію. Якщо необхідно, то до одного з дробів можна дописати нулі праворуч. Наприклад, знайдемо суму $16,8 + 0,5347$:

$$\begin{array}{r} 16,8000 \\ + 0,5347 \\ \hline 17,3347 \end{array}$$

2. Множення. Множать десяткові дроби, не зважаючи на коми, як натуральні числа, а в добутку відділяють комою праворуч стільки цифр, скільки їх є після коми в обох множниках разом. Наприклад,

$$\begin{array}{r} \times 1,35 \\ 0,006 \\ \hline 0,00810 \end{array}$$

3. Ділення. Щоб поділити десяткові дроби, спочатку їх домножують на 10^n , де n — кількість цифр після коми в дільнику і перетворюють дільник у натуральне число. Кому в частці ставлять після завершення ділення цілої частини діленого. Наприклад, поділимо 3,12 на 2,6:

$$3,12 : 2,6 = 31,2 : 26$$

$$\begin{array}{r|l} 31,2 & 26 \\ \underline{26} & 1,2 \\ 52 & \\ \underline{52} & \\ 0 & \end{array}$$

Кожен звичайний дріб можна подати у вигляді скінченного або нескінченного десяткового дробу.

Для цього потрібно чисельник поділити на знаменник. Наприклад, $\frac{14}{11} = 1,272727\dots$,

$$\frac{7}{12} = 0,583333\dots, \quad \frac{3}{8} = 0,375.$$

Періодом нескінченного десяткового дробу називають найменшу групу цифр після коми десяткового дробу, яка повторюється. Період записують раз, поміщаючи його в круглі дужки, наприклад, $1,272727\dots = 1,(27)$; $0,583333\dots = 0,58(3)$; $0,375 = 0,375000\dots = 0,375(0)$.

Кожен нескінченний десятковий періодичний дріб можна подати у вигляді звичайного.

Правило перетворення нескінченного періодичного дробу в звичайний

Щоб перетворити періодичний дріб у звичайний, потрібно від числа, яке стоїть до другого періоду, відняти число, що стоїть до першого періоду, і записати цю різницю чисельником звичайного дробу, а в знаменнику записати цифру 9 стільки разів, скільки цифр у періоді, і дописати стільки нулів, скільки цифр між комою і першим періодом. Наприклад: 1) $0,(24) = 0,242424\dots = \frac{24-0}{99} = \frac{24}{99} = \frac{8}{33}$;

$$2) 2,5(3) = 2,5333\dots = \frac{253-25}{90} = \frac{228}{90} = \frac{38}{15}.$$

Модуль дійсного числа

Модулем (абсолютною величиною) дійсного числа a називають саме це число, якщо воно невід'ємне ($a \geq 0$), і протилежне йому число, якщо воно від'ємне ($a < 0$), тобто:

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

$$\text{Наприклад, } |13| = 13; \quad |-9| = 9; \quad |0| = 0; \quad |\sqrt{5} - 10| = -(\sqrt{5} - 10) = 10 - \sqrt{5}.$$

Модуль числа a дорівнює відстані на числовій осі від початку відліку до точки, яка позначає число a .

Додавання від'ємних чисел і чисел з різними знаками

1. Щоб додати два від'ємні числа, потрібно: 1) додати їхні модулі; 2) поставити перед одержаним результатом знак «-». Наприклад, $-6 + (-2) = -8$.

2. Щоб додати два числа з різними знаками, потрібно: 1) з'ясувати, модуль якого числа більший; 2) від більшого модуля відняти менший; 3) перед одержаним результатом поставити знак того доданка, модуль якого більший. Наприклад: а) $-5 + 12 = 7$; б) $-23,5 + 9,1 = -(23,5 - 9,1) = -14,1$.

3. Щоб від одного числа відняти інше число, потрібно до зменшуваного додати число, протилежне до від'ємника: $a - b = a + (-b)$. Наприклад: а) $20 - 50 = 20 + (-50) = -30$; б) $-20 - 50 = -20 + (-50) = -70$; в) $-20 - (-50) = -20 + (+50) = -20 + 50 = 30$.

Множення і ділення додатних і від'ємних чисел

Добуток (частка) двох чисел з різними знаками є число від'ємне; модуль добутку (частки) дорівнює добутку (частці) модулів цих чисел. Наприклад: а) $-0,25 \cdot 5 = -1,25$; б) $0,6 : (-3) = -1,8$.

Добуток (частка) двох від'ємних чисел є число додатне; модуль добутку (частки) дорівнює добутку (частці) модулів цих чисел. Наприклад: а) $-7 \cdot (-9) = 63$; б) $-24 : (-8) = 3$.

Властивості дій над числами

1. Властивості додавання:

- $a + b = b + a$ (переставна властивість);
- $(a + b) + c = a + (b + c)$ (сполучна властивість);
- $a + 0 = a$ (властивість нуля);
- $a + (-a) = 0$ (властивість суми протилежних чисел).

2. Властивості множення:

- $ab = ba$ (переставна властивість);
- $(ab) \cdot c = a \cdot (bc)$ (сполучна властивість);
- $(a + b) \cdot c = ac + bc$ (розподільна властивість);
- $a \cdot 1 = a$ (властивість одиниці);
- $a \cdot 0 = 0$ (властивість нуля);
- $a \cdot \frac{1}{a} = 1$, якщо $a \neq 0$ (властивість обернених чисел).

Пропорція

Пропорцією називають рівність двох часток (відношень): $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, або $a : b = c : d$. Числа a та d називають крайніми членами пропорції, b та c — середніми членами пропорції.

Основна властивість пропорції: добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку середніх її членів: $a \cdot d = b \cdot c$.

Прямо пропорційні величини

Дві величини називають *прямо пропорційними*, якщо зі збільшенням значень однієї величини у певну кількість разів значення іншої величини збільшується в таку ж кількість разів: $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = k$ — коефіцієнт пропорційності. Наприклад, якщо швидкість руху автомобіля постійна, то:

Час		Відстань		
2 год	↓	120 км	↓	$\frac{2}{8} = \frac{120}{480}$
8 год	↓	480 км	↓	

Обернено пропорційні величини

Дві величини називають *обернено пропорційними*, якщо зі збільшенням значень однієї величини у певну кількість разів значення іншої величини зменшується в таку ж кількість разів: $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_1}{y_2}$. На-

приклад, якщо відстань постійна, то:

Швидкість		Час	
40 км/год	↓	4 год	↑
80 км/год		2 год	↑
			$\frac{40}{80} = \frac{2}{4}$

Масштаб.

Масштаб — це відношення відстані на карті до відповідної відстані на місцевості. Наприклад, масштаб 1 : 100000 означає, що 1 см на карті відповідає 100000 см = 1000 м = 1 км на місцевості.

Стандартний вигляд числа.

Стандартним виглядом числа m називають його запис у вигляді $a \cdot 10^n$, де $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbf{Z}$. Число n називають порядком числа m . Наприклад: $m = 63000 = 6,3 \cdot 10^4$; $k = 0,0000014 = 1,4 \cdot 10^{-6}$.

Приклад 1. Знайти НСД(120; 220).

■ $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$, $220 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$. Тоді НСД(120; 220) = $2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$.

Відповідь. 20. ■

Приклад 2. Знайти НСК(28; 16; 10).

■ $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$; $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; $10 = 2 \cdot 5$. Отже, НСК (28; 16; 10) = $2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 560$.

Відповідь. 560. ■

Приклад 3. Оксана, Сергій і Петро о 16 годині почали розв'язувати задачі. Оксана на виконання кожної вправи витратила 16 хв, Сергій — 24 хв, а Петро — 18 хв. Через деякий час вони одночасно закінчили виконувати свої завдання. О котрій годині найшвидше це могло статися?

А	Б	В	Г	Д
17 год 12 хв	18 год	18 год 20 хв	18 год 24 хв	19 год

■ Час, за який діти виконали свої завдання, має виражатися числом, яке ділиться на 16, на 24 і на 18, тобто необхідно знайти НСК чисел 16, 24 і 18. $16 = 2^4$; $24 = 2^3 \cdot 3$; $18 = 2 \cdot 3^2$; НСК(16; 24; 18) = $2^4 \cdot 3^2 = 144$. Отже, діти закінчать одночасно виконувати вправи через 144 хв = 2 год 24 хв. Це буде об 16 год + 2 год 24 хв = 18 год 24 хв.

Відповідь. Г. ■

Приклад 4. Знайти значення числового виразу $15\frac{11}{14} + 11\frac{5}{7} : \left(4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{9} - 3\frac{1}{6}\right)$.

■ 1) $4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{9} = \frac{9}{2} \cdot \frac{20}{9} = \frac{20}{2 \cdot 9} = \frac{1 \cdot 10}{1 \cdot 1} = 10$;

2) $10 - 3\frac{1}{6} = 9\frac{6}{6} - 3\frac{1}{6} = 6\frac{5}{6}$;

3) $11\frac{5}{7} : 6\frac{5}{6} = \frac{82}{7} : \frac{41}{6} = \frac{82 \cdot 6}{7 \cdot 41} = \frac{2 \cdot 6}{7 \cdot 1} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$;

4) $15\frac{11}{14} + 1\frac{5}{7} = 15 + 1 + \frac{11+10}{14} = 16 + \frac{21}{14} = 16 + \frac{3}{2} = 16 + 1\frac{1}{2} = 17\frac{1}{2}$.

Відповідь. $17\frac{1}{2}$. ■

Приклад 5. Обчислити $\frac{3\frac{1}{6} + 5,2}{\left(4,6 - \frac{5}{12}\right) \cdot 0,4}$.

А	Б	В	Г	Д
1,5	5	3	6	13

■ 1) $3\frac{1}{6} + 5,2 = 3\frac{1}{6} + 5\frac{2}{10} = (3+5) + \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{10}\right) = 8 + \frac{5+6}{30} = 8\frac{11}{30}$;

2) $4,6 - \frac{5}{12} = 4\frac{6}{10} - \frac{5}{12} = 4 + \left(\frac{6}{10} - \frac{5}{12}\right) = 4 + \frac{36-25}{60} = 4\frac{11}{60}$;

3) $4\frac{11}{60} \cdot 0,4 = \frac{251}{60} \cdot \frac{4}{10} = \frac{251 \cdot 4}{60 \cdot 10} = \frac{251 \cdot 2}{15 \cdot 10} = \frac{251}{15 \cdot 10} = \frac{251}{150}$;

4) $8\frac{11}{30} \cdot \frac{251}{150} = \frac{251}{30} \cdot \frac{150}{251} = \frac{150}{30} = 5$.

Відповідь. **Б.** ■

Приклад 6. Установити відповідність між числами (1–4) та множинами (А–Д), до яких вони належать.

- | | |
|---------------|---|
| 1 –8 | А множина парних чисел |
| 2 23 | Б множина цілих чисел, які не є натуральними |
| 3 $\sqrt{16}$ | В множина раціональних чисел, які не є цілими числами |
| 4 1,7 | Г множина ірраціональних чисел |
| | Д множина простих чисел |

Відповідь.

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Приклад 7. Турист пройшов $\frac{2}{5}$ шляху за 3 год. За який час він пройде решту шляху, рухаючись із такою ж швидкістю?

А	Б	В	Г	Д
4,5 год	4 год	5 год	3,5 год	1,8 год

■ Дві частини з п'яти турист пройшов за 3 год, отже, одну частину він пройшов за $3 : 2 = 1,5$ (год). Йому залишилося пройти $5 - 2 = 3$ (ч.) з п'яти, тоді цей шлях він пройде за $3 \cdot 1,5 = 4,5$ (год).

Відповідь. **А.** ■

Приклад 8. Мотоцикліст проїхав деяку відстань за 6 год. Якщо він рухатиметься зі швидкістю 48 км/год) то пройде цю відстань за 5 год. Знайти початкову швидкість руху мотоцикліста.

■ Якщо відстань є постійною величиною, то швидкість і час є обернено пропорційними величинами, тобто якщо x км/год — початкова швидкість руху мотоцикліста, то

Швидкість		Час	
x км/ год	↓	6 год	↑
48 км/год		5 год	

Тоді $\frac{x}{48} = \frac{5}{6}$; $x = \frac{48 \cdot 5}{6}$; $x = 40$ (км/год).

Відповідь. 40 км/год. ■

Приклад 9. Два оператори комп'ютерного набору, працюючи разом, виконали деяку роботу за 12 год. Другий оператор, працюючи самостійно, може виконати цю роботу за 20 год. За скільки годин виконає цю ж роботу перший оператор, працюючи самостійно?

■ Другий оператор, працюючи самостійно, за 1 год виконає $\frac{1}{20}$ усієї роботи. Працюючи разом, за 1 год обидва оператори виконають $\frac{1}{12}$ частину всієї роботи. Отже, перший оператор, працюючи самостійно, за 1 год виконає $\frac{1}{12} - \frac{1}{20} = \frac{5-3}{60} = \frac{2}{60} = \frac{1}{30}$ (ч.) всієї роботи. Тоді на виконання всієї роботи першому оператору знадобиться $1 : \frac{1}{30} = 30$ (год).

Відповідь. 30 год. ■

Приклад 10. У магазині купили 9 однакових зошитів по 5 грн. за кожний та кілька ручок по 3 грн. за кожну. Яке з наведених значень може дорівнювати вартості покупки?

А	Б	В	Г	Д
55 грн.	56 грн.	57 грн.	58 грн.	59 грн.

■ Суму покупки можна записати у вигляді виразу $5 \cdot 9 + 3 \cdot n$, де n — кількість куплених ручок. $5 \cdot 9 + 3 \cdot n = 3 \cdot (5 \cdot 3 + n)$. Цей вираз містить добуток, у якому один з множників дорівнює 3, тоді вартість покупки має ділитися на 3. Отже, сума цифр числа повинна ділитися на 3. Серед запропонованих чисел це лише число 57 ($5 + 7 = 12$).

Відповідь. В. ■

Приклад 11. Середнє арифметичне п'яти чисел дорівнює 400, а одне з цих чисел — 600. Знайти середнє арифметичне решти чотирьох чисел.

■ Нехай a_1, a_2, a_3, a_4 і a_5 — задані числа, тоді $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{5} = 400$, звідки $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 2000$. Якщо одне з чисел дорівнює 600, то, наприклад, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + 600 = 2000$; $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1400$. Тоді середнє арифметичне решти чотирьох чисел дорівнює $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4} = \frac{1400}{4} = 350$.

Відповідь. 350. ■

Приклад 12. Відстань у 2400 км між Києвом і Парижем зображена на карті відрізком завдовжки 48 см. Знайти масштаб карти.

А	Б	В	Г	Д
1 : 5000000	1 : 200000	1 : 2400	1 : 5000	1 : 50

■ $48 \text{ см} : 2400 \text{ км} = 48 \text{ см} : 240000000 \text{ см} = 1 : 5000000$.

Відповідь. А. ■

Завдання 1.1–1.22 мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки ОДНА ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

1.1. Яке з наведених чисел кратне числу 9?

А	Б	В	Г	Д
978999	100009	199999	253647	3333333

1.2. Знайти найбільший спільний дільник чисел 42 і 63.

А	Б	В	Г	Д
126	3	7	9	21

1.3. Знайти найменше спільне кратне чисел 28 і 35.

А	Б	В	Г	Д
7	140	70	175	280

1.4. Обчислити: $1,521 : 0,3 - 1,9 \cdot 0,3$.

А	Б	В	Г	Д
0	-0,063	5,13	4,5	-0,63

1.5. Обчислити: $2 \cdot \frac{3}{4} + \frac{12}{25} : \frac{3}{20}$.

А	Б	В	Г	Д
3,575	3,7	4	5,7	4,07

1.6. Обчислити: $4\frac{2}{3} - 6\frac{3}{7} - (-1\frac{2}{9}) + 5\frac{10}{21}$.

А	Б	В	Г	Д
$11\frac{23}{63}$	$4\frac{29}{63}$	$4\frac{59}{63}$	$-4\frac{29}{63}$	$3\frac{4}{63}$

1.7. Обчислити: $-4,8 : (-2,6 + 3,4) + 0,8$.

А	Б	В	Г	Д
-7,2	-6,8	6,8	-5,2	5,2

1.8. Розв'язати рівняння $(5x - 7) : 12 = 2 : 3$.

А	Б	В	Г	Д
3	2	7	4	6

1.9. Вказати найбільше з наведених чисел.

А	Б	В	Г	Д
0,23	0,(23)	0,233	0,2(3)	0,2(31)

1.10. Вказати звичайний дріб, який дорівнює дробу $0,1(3)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{13}{100}$	$\frac{13}{99}$	$\frac{13}{90}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{2}{15}$

1.11. $|\pi - 4| = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\pi - 4$	$\pi + 4$	-4π	$4 - \pi$	4π

1.12. Не виконуючи ділення, встановити остачу від ділення 33333333341 на 9.

А	Б	В	Г	Д
1	5	14	4	41

1.13. Швидкість равлика дорівнює $\frac{1}{12}$ м/хв. Яку відстань проповзе равлик за $6\frac{1}{4}$ години?

А	Б	В	Г	Д
0,75 м	31,25 м	75 м	$\frac{25}{48}$ м	$52\frac{1}{12}$ м

1.14. Із 68 жовтих і 85 червоних троянд склали букети, розділивши жовті та червоні троянди в усі букети порівну. Скільки найбільше букетів можна одержати?

А	Б	В	Г	Д
9	20	34	17	8

1.15. Яка найменша кількість метрів тканини може бути в рудні, щоб його можна було продати без залишку по 6 м, по 8 м або по 10 м?

А	Б	В	Г	Д
480	60	120	240	4800

1.16. За три дні зорано 1800 га поля. За перший день зорано $\frac{2}{9}$ поля, а за другий — $\frac{1}{6}$ поля. Скільки гектарів поля було зорано за третій день?

А	Б	В	Г	Д
1100	700	1200	800	900

1.17. За перший день турист пройшов $\frac{4}{9}$ усього шляху, а за другий — решту — $26\frac{2}{3}$ км. Яку відстань пройшов турист за два дні?

А	Б	В	Г	Д
$46\frac{1}{4}$ км	$54\frac{1}{3}$ км	60 км	$56\frac{1}{4}$ км	48 км

1.18. Басейн наповнюється через першу трубу за 4 години, а через другу — за 6 годин. Яку частину басейну залишиться наповнити після спільної роботи обох труб протягом 2 годин?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{9}{10}$

1.19. Басейн заповнюють водою через першу трубу за a годин, через другу — за b годин. Через скільки годин можна заповнити басейн при використанні обох труб разом?

А	Б	В	Г	Д
$a + b$	$a - b$	ab	$\frac{ab}{a + b}$	$\frac{a + b}{ab}$

- 1.20. Майстер виготовляє одну деталь за 5 хв, а його учень таку ж деталь — за 9 хв. Працюючи разом, вони виготовили 42 деталі. Скільки деталей виготовив майстер?

А	Б	В	Г	Д
28	32	30	27	25

- 1.21. Добуток двох послідовних парних натуральних чисел дорівнює 728. Знайти суму цих чисел.

А	Б	В	Г	Д
56	66	54	32	28

- 1.22. В одному місті всі мешканці розмовляють англійською або французькою мовою. Англійською мовою розмовляє 90% усіх мешканців, французькою — 80%. Скільки відсотків мешканців володіє лише однією мовою?

А	Б	В	Г	Д
70%	60%	30%	20%	10%

Завдання 1.23–1.32 передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви).

- 1.23. (ЗНО–2015) Установити відповідність між твердженнями про дріб (1–4) та дробом (А–Д), для якого це твердження є правильним.

Твердження про дріб

- 1 є скоротним
 2 є неправильним
 3 менший за 0,5
 4 є оберненим до дроби $1\frac{2}{5}$

Дріб

- А $\frac{5}{7}$
 Б $\frac{13}{27}$
 В $\frac{41}{10}$
 Г $\frac{3}{4}$
 Д $\frac{34}{51}$

- 1.24. Установити відповідність між числами (1–4) та їх записами у стандартному вигляді (А–Д).

- 1 73,4
 2 734
 3 0,734
 4 0,00734
- А $7,34 \cdot 10^{-3}$
 Б $7,34 \cdot 10^{-2}$
 В $7,34 \cdot 10^{-1}$
 Г $7,34 \cdot 10$
 Д $7,34 \cdot 10^2$

- 1.25. Установити відповідність між періодичними десятковими дробами (1–4) та їх записами у вигляді звичайних дробів (А–Д).

- 1 0,(6)
 2 0,2(3)
 3 0,1(6)
 4 0,7(30)
- А $\frac{241}{330}$
 Б $\frac{7}{30}$
 В $\frac{3}{5}$
 Г $\frac{2}{3}$
 Д $\frac{1}{6}$

1.26. Установити відповідність між виразами (1–4) та їх значеннями (А–Д).

- | | |
|----------------------------|--------------|
| 1 $ \pi - 4 + \pi - 3 $ | А $2\pi - 7$ |
| 2 $ 3 - \pi - -\pi - 4 $ | Б 7 |
| 3 $- \pi - 4 - \pi - 3 $ | В 1 |
| 4 $ \pi - 4 + -\pi - 3 $ | Г -1 |
| | Д -7 |

1.27. Установити відповідність між виразами (1–4) та їх значеннями (А–Д).

- | | |
|--|----------|
| 1 $1000 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,004 + 10 \cdot 0,0003$ | А 2,0403 |
| 2 $1000 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,04 + 10 \cdot 0,0003$ | Б 2,4003 |
| 3 $10000 \cdot 0,02 + 1000 \cdot 0,004 + 100 \cdot 0,0003$ | В 20,403 |
| 4 $100 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,004 + 10 \cdot 0,00003$ | Г 24,003 |
| | Д 204,03 |

1.28. Установити відповідність між виразами (1–4) та їх значеннями (А–Д).

- | | |
|------------------------------------|---------|
| 1 $1,824 : 0,3 - 1,9 \cdot 0,2$ | А 5,048 |
| 2 $0,2432 : 0,04 - 1,9 \cdot 0,02$ | Б 5,98 |
| 3 $36,48 : 6 + 4,5 \cdot 0,2$ | В 5,7 |
| 4 $4,864 : 8 + 0,111 \cdot 40$ | Г 6,042 |
| | Д 6,98 |

1.29. Установити відповідність між виразами (1–4) та їх значеннями (А–Д).

- | | |
|---|-------------------|
| 1 $4 \cdot 1\frac{1}{2} + 1\frac{23}{25} : \frac{3}{20}$ | А $15\frac{1}{3}$ |
| 2 $4 : 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} \cdot 7\frac{1}{7}$ | Б $16\frac{1}{3}$ |
| 3 $8\frac{12}{33} \cdot \left(4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}\right)$ | В $17\frac{1}{3}$ |
| 4 $\left(18\frac{1}{4} + 2\frac{1}{6}\right) : 1\frac{1}{4}$ | Г $18\frac{4}{5}$ |
| | Д $19\frac{1}{3}$ |

1.30. Установити відповідність між виразами (1–4) та їх значеннями (А–Д).

- | | |
|---------------------------------------|-------|
| 1 $-48 : (-26 + 34) + 80$ | А -72 |
| 2 $-120 : (-26 - 34) + 36 \cdot (-2)$ | Б -74 |
| 3 $68 : (7 - 41) - 18 \cdot 4$ | В -70 |
| 4 $-144 : (42 - 46) - 12 \cdot (-3)$ | Г 74 |
| | Д 72 |

1.31. Установити відповідність між степенями (1–4) та їх значеннями (А–Д).

- | | | | |
|---|----------------------------------|---|-----------------|
| 1 | $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ | А | $\frac{8}{125}$ |
| 2 | $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$ | Б | $\frac{8}{27}$ |
| 3 | $\left(1\frac{1}{2}\right)^{-3}$ | В | $1\frac{1}{8}$ |
| 4 | $\left(2\frac{1}{2}\right)^{-3}$ | Г | $3\frac{3}{8}$ |
| | | Д | $15\frac{5}{8}$ |

1.32. (ЗНО–2013) З пунктів A і B одночасно по шосе назустріч один одному виїхали два велосипедисти. Вони їхали без зупинок зі сталими швидкостями: перший — зі швидкістю x км/год, другий — зі швидкістю y км/год ($x > y$). Через t годин ($t > 1$) вони зустрілися в точці C і, не зупиняючись, продовжили рух без зміни напрямків.

До кожного запитання (1–4) добери правильну відповідь (А–Д).

Запитання

Відповідь

- | | | | |
|---|--|---|----------------------|
| 1 | На скільки кілометрів зменшилася відстань по шосе між велосипедистами через 1 год після початку руху? | А | $(x + y)t$ |
| 2 | Чому дорівнює відстань по шосе між пунктами A і B (y км)? | Б | $(x - y)t$ |
| 3 | На скільки кілометрів більше проїхав перший велосипедист, ніж другий, за час від початку руху до моменту зустрічі? | В | $\frac{yt}{x}$ |
| 4 | За скільки годин перший велосипедист подолає відстань по шосе від точки C до пункту B ? | Г | $\frac{(x - y)t}{y}$ |
| | | Д | $x + y$ |

Розв'яжіть завдання 1.33–1.48. Відповідь запишіть десятковим дробом.

1.33. Обчислити значення виразу $\left(8\frac{7}{12} - 2\frac{17}{36}\right) \cdot 2,7 - 4\frac{1}{3} : 0,65$. У відповідь записати результат, округлений до 0,01.

1.34. Обчислити зручним способом: $\left(74,7 \cdot \frac{2}{21} + (-105,3) \cdot 2\frac{3}{7} - (-105,3) \cdot \frac{2}{21} - 2\frac{3}{7} \cdot 74,7\right) : 10$.

1.35. Знайти невідомий член пропорції: $\frac{1,2 : 0,375 - 0,2}{6\frac{4}{25} : 15\frac{2}{5} + 0,8} = \frac{(0,016 : 0,12 + 0,7) \cdot 3}{x}$.

1.36. Два пароплави заходять у порт після кожного рейсу. Перший робить рейс за 4 дні, а другий — за 6 днів. Якось у неділю вони зустрілись у порту. Через скільки днів вони зустрінуться в порту в неділю наступного разу?

1.37. Для учнів класу приготували однакові подарунки. У всіх подарунках було разом 588 цукерок, 140 яблук і 252 горіхи. 1. Скільки учнів у класі, якщо їх більше, ніж 20? 2. Скільки цукерок одержав кожен учень?

- 1.38. Середній вік одинадцяти футболістів команди становить 22 роки. Під час гри один із гравців залишив поле, після чого середній вік футболістів, які залишилися, дорівнював 21 рік. Скільки років футболістові, який залишив поле?
- 1.39. Кішка з кошенятами з'їдають куплений господарем корм за 8 днів. Якби кішку годували саму, то їй вистачило б корму на 11 днів. На скільки повних днів вистачило б корму кошенятам?
- 1.40. Швидкість товарного поїзда дорівнює 60 км/год. Чому дорівнює його довжина у метрах, якщо відомо, що він проходить повз нерухомого спостерігача за 15 секунд?
- 1.41. Петрик збирає за 21 хвилину 48 яблук, а Сашко за 84 хвилини — 36 яблук. Скільки яблук збере Петрик за час, за який Сашко збере 54 яблука?
- 1.42. У класі із 40 учнів 30 уміють плавати, 27 — грати у шахи і 5 не вміють ні плавати, ні грати в шахи. Скільки учнів уміють плавати і грати в шахи?
- 1.43. Знайти x , якщо $\left(3\frac{9}{16} : \left(\frac{2,75}{x : \frac{2}{7} - 45} - \frac{7}{24} \right) + 6,2 \right) : 12\frac{2}{3} = 1,2$.
- 1.44. (ЗНО–2011) Двоє робітників, працюючи разом, можуть скосяти траву на ділянці за 2 години 6 хвилин. Скільки часу (у годинах) витратить на скошування трави на цій ділянці другий робітник, працюючи самостійно, якщо йому потрібно на виконання цього завдання на 4 години більше, ніж першому робітникові?
- 1.45. Катер пройшов за течією річки 60 км за деякий час. За цей же час проти течії він пройшов би 40 км. Яку відстань у кілометрах за цей час пропливе пліт?
- 1.46. Відстань між містами за течією річки теплохід проходить за 6 год, а проти течії — за 8 год. За скільки годин пропливе цю відстань пліт?
- 1.47. Автомобіль проїхав першу половину шляху зі швидкістю 60 км/год. Шлях, що залишився, половину часу він їхав зі швидкістю 80 км/год, а другу половину часу — зі швидкістю 100 км/год. Знайти у кілометрах за годину середню швидкість руху автомобіля.
- 1.48. Відстань між мотоциклістом і велосипедистом дорівнює 168 км, їх швидкості відповідно дорівнюють 72 км/год і 12 км/год. Через скільки годин вони зустрінуться, якщо;
 1) рухатимуться назустріч один одному;
 2) мотоцикліст надганятиме велосипедиста?

Тема 2. Відсотки

Відсотком (процентом) називають число одну соту. Отже, $\frac{1}{100} = 1\%$; $100\% = \frac{100}{100} = 1$;

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}; \quad 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}.$$

Тоді 100% числа a дорівнюють a , 50% числа a дорівнюють $\frac{1}{2}a$, 25% числа a становлять $\frac{1}{4}a$.

Щоб перетворити десятковий дріб у відсотки, потрібно помножити його на 100.

Щоб перетворити відсотки у десятковий дріб, потрібно число відсотків поділити на 100.

Наприклад: а) $0,002 = 0,002 \cdot 100\% = 0,2\%$; $0,07 = 0,07 \cdot 100\% = 7\%$; $1,34 = 1,34 \cdot 100\% = 134\%$;
б) $2,3\% = 2,3\% : 100\% = 0,023$; $40\% = 40\% : 100\% = 0,4$; $263\% = 263\% : 100\% = 2,63$.

Аналогічно поступають і у випадку звичайних дробів. Наприклад: а) $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot 100\% = \frac{200}{3}\% = 66\frac{2}{3}\%$; б) $28\frac{4}{7}\% = 28\frac{4}{7}\% : 100\% = \frac{200}{7} : 100 = \frac{200}{7} \cdot \frac{1}{100} = \frac{2}{7}$.

Знаходження відсотків від числа

Приклад 1. Зарплата водія становить 3400 грн. Авансом йому виплатили 40% зарплати. Яку суму отримав водій?

■ 3400 грн. — 100%;
 x грн. — 40%.

Складаємо пропорцію: $\frac{3400}{x} = \frac{100}{40}$. Тоді $x = \frac{3400 \cdot 40}{100}$; $x = 1360$.

Отже, водій отримав 1360 грн.

Відповідь. 1360 грн. ■

Розв'язання задачі можна провести і так:

- 1) записати 40% десятковим дробом: $40\% = 0,4$;
- 2) знайти дріб 0,4 від числа 3400: $3400 \cdot 0,4 = 1360$ (грн.).

Для того щоб знайти p відсотків від заданого числа a , можна:

- 1) записати p відсотків десятковим дробом;
- 2) помножити число a на одержаний десятковий дріб.

Наприклад: знайти 13% від 40. $13\% = 0,13$; $40 \cdot 0,13 = 5,2$.

Знаходження числа за його відсотками

Приклад 2. Робітникові виплатили авансом 1400 грн., що становить 35% його зарплати. Яка заробітна плата у робітника?

■ 1400 грн. — 35%;
 x грн. — 100%.

Складаємо пропорцію: $\frac{1400}{x} = \frac{35}{100}$. Тоді $x = \frac{1400 \cdot 100}{35}$; $x = 4000$.

Отже, заробітна плата робітника становить 4000 грн.

Відповідь. 4000 грн. ■

Розв'язання задачі можна провести і так:

- 1) записати 35% десятковим дробом: $35\% = 0,35$;
- 2) знайти число за його дробом: $1400 : 0,35 = 4000$ (грн.).

Для того щоб знайти число за відомою його частиною t і числом відповідних відсотків p , можна:

- 1) записати p відсотків десятковим дробом;
- 2) поділити t на одержаний десятковий дріб.

Наприклад: знайти число, якщо 19% його становлять 57. $19\% = 0,19$; $57 : 0,19 = 300$.

Знаходження відсоткового відношення двох чисел

Приклад 3. Сторожеві із зарплати 1800 грн. виплатили авансом 720 грн. Який відсоток зарплати він отримав?

- 1800 грн. — 100 %;
- 720 грн. — x %.

Складаємо пропорцію: $\frac{1800}{720} = \frac{100}{x}$. Тоді $x = \frac{720 \cdot 100}{1800}$; $x = 40$.

Отже, сторож отримав 40% зарплати.

Відповідь. 40%. ■

Розв'язання задачі можна провести і так:

- 1) знайти відношення $\frac{720}{1800} = 0,4$;
- 2) помножити одержаний результат на 100%: $0,4 \cdot 100\% = 40\%$.

Для того щоб знайти, скільки відсотків становить число a від числа b , можна:

- 1) знайти значення дробу $\frac{a}{b}$;
- 2) помножити його на 100%.

Наприклад: знайти, скільки відсотків становить число 9 від числа 24. $\frac{9}{24} \cdot 100\% = 37,5\%$.

Формули простих і складних відсотків.

Якщо банк виплачує клієнтові щомісячно $p\%$ внесеної суми A_0 , то на рахунку клієнта через n місяців буде сума:

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{pn}{100} \right). \text{ Це формула простих відсотків.}$$

Якщо клієнт поклав у банк суму A_0 під $p\%$ річних, то через n років нагромаджений (накопичений) капітал становитиме:

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n. \text{ Це формула складних відсотків.}$$

Приклад 4. Якою має бути початкова сума, покладена в банк під 20% річних, щоб через два роки прибуток становив 22000 грн.?

■ Нехай початкова сума становить A_0 грн. Тоді через два роки на рахунку буде $A_2 = A_0 \cdot (1 + 0,2)^2 = A_0 \cdot 1,44$ (грн.). Прибуток дорівнює різниці нарощеного (A_2) та початкового (A_0) капіталу: $A_2 - A_0 = A_0 \cdot 1,44 - A_0 = A_0 \cdot 0,44$. Рівняння: $A_0 \cdot 0,44 = 22000$; $A_0 = \frac{22000}{0,44} = 50000$ (грн.).

Відповідь. 50000 грн. ■

Приклад 5. Скільки сухої ромашки вийде із 50 кг свіжої, якщо при сушінні вона втрачає 84% своєї маси?

А	Б	В	Г	Д
34 кг	312,5 кг	60 кг	42 кг	8 кг

ЗМІСТ

Передмова.....	3
----------------	---

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Тема 1. Обчислення. Арифметичні задачі.....	4
Тема 2. Відсотки.....	18
Тема 3. Цілі вирази.....	26
Тема 4. Дробово-раціональні вирази.....	35
Тема 5. Ірраціональні вирази.....	44
Тема 6. Показникові та логарифмічні вирази.....	54
Тема 7. Тригонометричні вирази.....	64
Тема 8. Цілі рівняння.....	78
Тема 9. Цілі нерівності.....	91
Тема 10. Раціональні рівняння.....	102
Тема 11. Раціональні нерівності.....	112
Тема 12. Ірраціональні рівняння.....	123
Тема 13. Ірраціональні нерівності.....	133
Тема 14. Показникові рівняння.....	144
Тема 15. Показникові нерівності.....	154
Тема 16. Логарифмічні рівняння.....	165
Тема 17. Логарифмічні нерівності.....	175
Тема 18. Тригонометричні рівняння.....	185
Тема 19. Тригонометричні нерівності.....	200
Тема 20. Системи рівнянь.....	214
Тема 21. Арифметична та геометрична прогресії.....	225
Тема 22. Елементарні функції та їхні властивості.....	237
Тема 23. Побудова графіків функцій методом геометричних перетворень.....	252
Тема 24. Похідна функції, її геометричний і механічний зміст.....	272
Тема 25. Застосування похідної для дослідження функцій.....	285
Тема 26. Первісна. Інтеграл.....	298
Тема 27. Елементи комбінаторики.....	314
Тема 28. Початки теорії ймовірностей та елементи статистики.....	325

ГЕОМЕТРІЯ

Тема 29. Трикутник.....	344
Тема 30. Прямокутний трикутник.....	356
Тема 31. Рівнобедрений трикутник.....	364
Тема 32. Чотирикутники.....	373
Тема 33. Многокутники.....	385
Тема 34. Коло, круг та їх елементи.....	392
Тема 35. Аксиоми стереометрії. Прямі та площини в просторі.....	403
Тема 36. Призма.....	418
Тема 37. Піраміда.....	429
Тема 38. Циліндр.....	439
Тема 39. Конус.....	447
Тема 40. Куля.....	458
Тема 41. Координати.....	466
Тема 42. Вектори.....	474
Тема 43. Перетворення фігур.....	486
Тема 44. Найпростіші геометричні фігури на площині.....	498
Завдання та відповіді до сертифікаційної роботи з математики 2017 року.....	511
Варіанти зошитів у форматі ЗНО.....	521
Відповіді (алгебра та початки аналізу).....	539
Відповіді (геометрія).....	550
Відповіді до варіантів зошитів у форматі ЗНО.....	555

Навчальне видання

Укладачі

Капіносів Анатолій Миколайович

Білоусова Галина Миколаївна

Гап'юк Галина Володимирівна

Кондратьєва Лариса Іванівна

Мартинюк Олеся Миронівна

Мартинюк Сергій Володимирович

Олійник Лариса Іванівна

Ульшин Петро Іванович

Чиж Олег Йосипович

МАТЕМАТИКА

**Комплексна підготовка
до ЗНО і ДЦА**

За чинною програмою

У підготовці видання використано матеріали для проведення ЗНО 2010–2017 рр.

Літературний редактор *Людмила Олійник*

Дизайнер обкладинки *Віталій Нехай*

Формат 60×84/8. 65,31 ум. др. арк., 54,86 обл.-вид. арк. Тираж 5000. Замовлення №17-576.

Видавець і виготовлювач Редакція газети «Підручники і посібники»
46000, м. Тернопіль, вул. Поліська, 6а. Тел.: (0352) 43-15-15; 43-10-21.

Збут: zbut@pp-books.com.ua Редакція: red@pp-books.com.ua

Виробництво: print@pp-books.com.ua www.pp-books.com.ua

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції
серія ДК № 4678 від 21.01.2014 р.

Книга-поштою: а/с 376, Тернопіль, 46011. Тел.: (0352) 42-43-76; 097-50-35-376
post@pp-books.com.ua