МАТЕМАТИКА

Тестові завдання у форматі ЗНО

Профільний рівень і рівень стандарту

За чинною програмою ЗНО

- ✓ **10 тестових зошитів у форматі ЗНО**
- ✓ **Розв’язання всіх завдань**
- ✓ **Зразки бланків відповідей**
- ✓ **Відповіді для самоконтролю**

™

Тернопіль
Видавництво «Підручники і посібники»
2022

УДК 371.32
М33

Літературне редагування: *Ірина Дворницька*
Дизайн обкладинки: *Віталій Нехай*

Мартинюк О.

М33 Математика : тестові завдання у форматі ЗНО / Профільний рівень і рівень стандарту / О. М. Мартинюк [та ін.]. — Тернопіль : Підручники і посібники, 2022. — 112 с.

ISBN 978-966-07-3998-7

Мета посібника — допомогти учням у підготовці до успішного складання ЗНО та ДПА з математики.

Збірник містить 10 варіантів по 32 тестові завдання, розроблених за специфікацією тесту з математики УЦОЯО. Зміст, структура та формат завдань аналогічні тим, що їх пропонують на ЗНО. До всіх завдань у посібнику подано розв'язання.

Для абітурієнтів, учнів 11 класу, учителів математики.

УДК 371.32

ISBN 978-966-07-3998-7

ПЕРЕДМОВА

Шановні абітурієнти й абітурієнтки!

Ця книжка створена для того, щоб ви змогли самостійно підготуватися й успішно скласти зовнішнє незалежне оцінювання (ЗНО) та державну підсумкову атестацію (ДПА) з математики.

Пропонований посібник містить матеріал для формування практичних умінь виконувати тестові завдання у форматі ЗНО та для закріплення набутих знань.

Посібник укладено відповідно до чинної програми зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) з математики, затвердженої Міністерством освіти і науки України. У ньому вміщено 10 варіантів по 32 тестові завдання, розроблених за специфікацією тесту з математики УЦОЯО.

Для виконання роботи під час ЗНО відводитиметься 180 хвилин. Оцінювання виконання завдань 1–26 буде зараховуватися як результат державної підсумкової атестації (ДПА) за освітній рівень повної загальної середньої освіти для учнів закладів освіти, які завершують здобуття повної загальної середньої освіти та вивчали математику на рівні стандарту. Результат виконання всіх завдань буде зараховано як результат ДПА за освітній рівень повної загальної середньої освіти для учнів закладів освіти, які завершують здобуття повної загальної середньої освіти та вивчали математику на профільному рівні.

Зміст, структура та формат завдань аналогічні тим, що їх пропонують на ЗНО.

Посібник містить завдання чотирьох форм:

- завдання з вибором однієї правильної відповіді (1–16). Завдання має основу та чотири 1–4 або п’ять 5–16 варіантів відповідей, з яких лише один правильний;
- завдання на встановлення відповідності («логічні пари») (17–20). Завдання має основу та два стовпчики інформації, позначених цифрами (ліворуч) і буквами (праворуч). Виконання завдання передбачає встановлення відповідності (утворення «логічних пар») між інформацією, позначеною цифрами (від 1 до 3) та буквами від А до Д);
- завдання відкритої форми з короткою відповіддю (21–29). Під час виконання цих завдань потрібно знайти числовий результат тієї розмірності, яка вказана в умові завдання;
- завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю (30–32). Під час виконання цих завдань учасник має розв’язати завдання з достатнім обґрунтуванням усіх його етапів, правильно виконати рисунки, схеми, якщо цього потребує процес розв’язання.

Для встановлення результату виконання тесту потрібно користуватися такими оцінками:

1. Завдання з вибором однієї правильної відповіді (1–16) оцінюють у 0 або 1 бал: 1 бал — якщо вказано правильну відповідь; 0 балів — якщо вказано неправильну відповідь або вказано більше однієї відповіді, або відповіді не надано.

2. Завдання на встановлення відповідності (17–20) оцінюють у 0, 1, 2 або 3 тестові бали: 1 бал — за кожну правильно встановлену відповідність (логічну пару); 0 балів — якщо не вказано жодної правильної логічної пари або відповіді на завдання не надано.

3. Структуроване завдання відкритої форми з короткою відповіддю (21–24) — завдання складається з основи та двох частин і передбачає розв'язування задачі. Структуроване завдання оцінюють у 0, 1 або 2 бали: 1 бал за кожну правильно вказану відповідь; 0 балів, якщо вказано обидві неправильні відповіді або відповіді на завдання не надано.

4. Неструктуроване завдання відкритої форми з короткою відповіддю (25–29) — завдання складається з основи та передбачає розв'язування задачі. Неструктуроване завдання оцінюють у 0 або 2 бали: 2 бали, якщо вказано правильну відповідь; 0 балів, якщо вказано неправильну відповідь або відповіді на завдання не надано.

5. Завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю (30–32) — завдання складається з основи та передбачає розв'язування задачі. Завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю 30, 32 оцінюють у 0, 1, 2, 3, 4, 5 або 6 балів; завдання 31 оцінюють у 0, 1, 2, 3 або 4 бали.

Максимальна кількість балів, яку можна отримати, правильно виконавши всі завдання тесту, — 62 бали.

До всіх завдань у посібнику подано їх розв'язання.

Вам усе вдасться!

ЗОШИТ 5

Завдання 1–4 і 5–16 мають відповідно по чотири та п’ять варіантів відповіді, з яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді, позначте його в *бланку А* згідно з інструкцією. Не робіть інших позначок у *бланку А*, тому що комп’ютерна програма реєструватиме їх як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення *бланка А!*
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

1. Ціну товару була підвищено на 25 %. На скільки відсотків треба зменшити нову ціну товару, щоб одержати початкову?

А	Б	В	Г
25 %	15 %	35 %	20 %

2. Обчисліть: $(–1)^1 + (–1)^2 + (–1)^3 + ... + (–1)^{2022}$.

А	Б	В	Г
2022	–2022	0	1

3. Діаметр кулі дорівнює 6 см. Знайдіть площу поверхні кулі.

А	Б	В	Г
18π см^2	36π см^2	54π см^2	72π см^2

4. Знайдіть суму коренів рівняння $2x^2 + x – 3 = 0$.

А	Б	В	Г
1,5	–0,5	0,5	–1,5

5. Знайдіть периметр рівнобедреного трикутника зі сторонами 3 см і 7 см.

А	Б	В	Г	Д
20 см	10 см	13 см	17 см	17 см або 13 см

6. Функція $f(x)$ — парна, а функція $g(x)$ — непарна. $f(7) = –11$, $g(5) = –2$. Обчисліть $2f(–7) – 3g(–5)$.

А	Б	В	Г	Д
–28	–16	28	16	29

7. $(a – 8)^2 =$

А	Б	В	Г	Д
$a^2 – 16a + 64$	$a^2 – 64$	$a^2 – 20a + 64$	$a^3 + 64$	$a^3 – 64$

8. Обчисліть: $2\cdot\frac{3}{4}+\frac{12}{25}:\frac{3}{20}$.

А	Б	В	Г	Д
3,575	3,7	4,7	5,7	4,07

9. $\frac{a^3+8}{a^3-4a}\cdot\frac{7a-14}{a^2-2a+4}+\frac{a}{7}=\ldots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2a}{7}$	$\frac{7a}{a+7}$	$\frac{a+7}{7a}$	$\frac{a^2+49}{7a}$	$\frac{7a}{a^2+49}$

10. На відрізку AB позначено точку M таку, що $AM = 5$ см, $MB = 15$ см. Знайдіть відношення $AM : AB$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$

11. Розв’яжіть систему рівнянь $\begin{cases}2x+3y=-8;\\2y-x=-3.\end{cases}$ Для одержаного розв’язку $(x_0; y_0)$ укажіть суму компонентів розв’язку $x_0 + y_0$.

А	Б	В	Г	Д
–1	2	–3	3	–2

12. Знайдіть похідну функції $y = 3\cos x$ у точці $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{2}$

13. Розв’яжіть нерівність $3^x > 5^x$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; -1)$	$(1; +\infty)$	$\varnothing$

14. Обчисліть $\cos 1050°$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

15. Діагональ розгортки бічної поверхні циліндра дорівнює d й утворює з висотою розгортки кут α. Знайдіть радіус циліндра.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{d\sin\alpha}{2}$	$\frac{d\sin\alpha}{2\pi}$	$\frac{d\cos\alpha}{\pi}$	$\frac{d\sin\alpha}{\pi}$	$\frac{d\cos\alpha}{2}$

16. Клумбу діаметром 6 м потрібно розбити на 6 рівних секторів для квітів різних видів. Для кожної квітки необхідно 1 дм^2 землі. Ціна одного саджанця — 15 грн. Яку суму треба виділити для озеленення клумби?

А	Б	В	Г	Д
43926 грн	7065 грн	42390 грн	42800 грн	7145 грн

У завданнях 17–20 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, виберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у *бланку А* на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в *бланку А* комп'ютерна програма реєструватиме як помилки!

> **Будьте особливо уважні при заповненні *бланка А!***
> **Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей**

17. Установіть відповідність між визначеними інтегралами (1–3) та їх значеннями (А–Д).

1 $\int_0^1 x^3dx$

2 $\int_0^1 x^2dx$

3 $\int_0^1 xdx$

А 1/10

Б 1/5

В 1/4

Г 1/3

Д 1/2

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. Установіть відповідність між заданими рівняннями (1–3) та множинами їх коренів на проміжку [0; 2π] (А–Д).

1 $\sin 2x = 0$

2 $2\cos x = 2$

3 $\cos 2x = 0$

А $\{0;\ 2\pi\}$

Б $\left\{0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}; 2\pi\right\}$

В $\left\{0; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}; \pi\right\}$

Г $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

Д $\left\{\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right\}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

19. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою гострого кута й утворює з більшою основою кут 30°. Установіть відповідність між довжиною більшої основи (1–3) та периметром трапеції (А–Д).

1 4 см

2 8 см

3 24 см

А 20 см

Б 60 см

В 10 см

Г 30 см

Д 50 см

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

20. Установіть відповідність між стороною основи і діагоналлю (1–3) бічної грані правильної трикутної призми та площею її бічної поверхні (А–Д).

1 3 см, 5 см

2 6 см, 10 см

3 5 см, 13 см

А 180 см^2

Б 504 см^2

В 36 см^2

Г 144 см^2

Д 164 см^2

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 21–29. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та *бланку А*. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, ураховуючи положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у *бланку А*.

21. У сплаві міді та цинку мідь становить $\frac{1}{7}$ частину маси цинку.

1. Скільки міді в 32 кг сплаву?

Відповідь. ☐☐☐☐,☐☐☐

2. Який відсотковий уміст міді у сплаві?

Відповідь. ☐☐☐☐,☐☐☐

22. Сторона правильного шестикутника дорівнює 10 см.

1. Обчисліть центральний кут правильного шестикутника.

Відповідь. ☐☐☐☐,☐☐☐

2. Знайдіть його найбільшу діагональ.

Відповідь. ☐☐☐☐,☐☐☐

23. Сферу задано рівнянням $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2 = 0$.

1. Знайдіть радіус R сфери.

Відповідь. ☐☐☐☐,☐☐☐

2. Обчисліть площу S сфери. У відповідь запишіть S/π.

Відповідь. ☐☐☐☐,☐☐☐

24. Задано геометричну прогресію (b_n), у якій $b_8 = 32$, $b_5 = 4$.

1. Визначте знаменник цієї геометричної прогресії.

Відповідь. ☐☐☐☐,☐☐☐

2. Знайдіть b_1.

Відповідь. ☐☐☐☐,☐☐☐

25. З шухляди, у якій лежать 8 червоних, 3 сині та 9 зелених олівців, навмання вийняли один. Яка ймовірність того, що це не зелений олівець?

Відповідь. ☐☐☐☐,☐☐☐

26. З пунктів A і B одночасно по шосе назустріч один одному виїхали два велосипедисти. Вони їхали без зупинок зі сталими швидкостями: перший — зі швидкістю 15 км/год, другий — зі швидкістю 12 км/год. Через 2 години вони зустрілися і, не зупиняючись, продовжили рух без зміни напрямків. Яка відстань (у км) між пунктами A та B?

Відповідь. ☐☐☐☐,☐☐☐

27. Обчисліть значення виразу $\dfrac{\log_3 32}{\log_3 2} + \dfrac{\log_7 27}{\log_7 3}$.

Відповідь. ☐☐☐☐,☐☐☐

28. Розв'яжіть рівняння $|x + 4| = 3$. Якщо рівняння не має коренів, то у відповідь запишіть –100. Якщо рівняння має корені, то у відповідь запишіть більший із них.

Відповідь. ☐☐☐☐,☐☐☐

29. Є 5 різних олівців і 7 різних ручок. Скількома різними способами можна утворити комплект з однієї ручки й одного олівця?

Відповідь. ☐☐☐☐,☐☐☐

Розв'яжіть завдання 30–32. Запишіть у *бланку Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

30. Задано функцію $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$.

1. Для наведених у таблиці значень x та y функції $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ визначте відповідні їм значення y та x. Результати запишіть у таблицю.

x	y
0	
	0

2. Знайдіть множину значень функції $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$.

3. Побудуйте графік функції $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$.

4. Позначте на рисунку точки перетину графіка функції з осями координат і вкажіть координати цих точок.

5. Запишіть формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої осями координат і графіком функції $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$.

6. Знайдіть площу фігури S.

31. Основою піраміди є трикутник зі сторонами 5 см, 12 см і 13 см. Усі бічні грані нахилені до площини основи під кутом 45°.

1. Зобразіть на рисунку трикутну піраміду та позначте кут нахилу бічної грані до основи.

2. Обґрунтуйте вид трикутника, який є основою піраміди.

3. Знайдіть висоту піраміди.

32. Задано рівняння $1 + a\sin x = a^2 - \sin^2 x$, де x — змінна, a — стала.

1. Знайдіть, за яких значень a рівняння має корені.

2. Розв'яжіть задане рівняння залежно від значення a.

Зошит 5

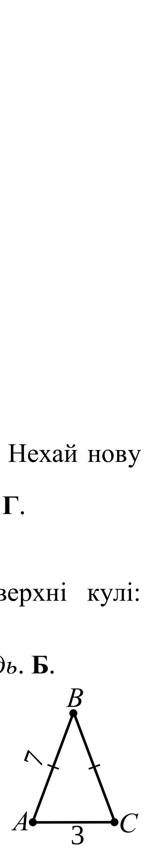
1. Нехай початкова ціна товару становила a. Після підвищення нова ціна становила $1{,}25a$. Нехай нову ціну $1{,}25a$ зменшили на p %, тоді $1,25a\left(1-\frac{p}{100}\right)=a; 1-\frac{p}{100}=\frac{1}{1,25}; \frac{p}{100}=1-0,8;$ $p = 20$ %. *Відповідь*. **Г**.

2. $(\ldots) = (-1 + 1) + (-1 + 1) + \ldots + (-1 + 1) = 0$. *Відповідь*. **В**.

3. Нехай $(O; R)$ — куля, $D = 6$ см — діаметр. Тоді $R = D/2 = 6 : 2 = 3$ (см). Площа поверхні кулі: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$ (см^2). *Відповідь*. **Б**.

4. (...); $x^2 + 0{,}5x - 1{,}5 = 0$. $D = 0{,}5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1{,}5) > 0$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = -0{,}5$. *Відповідь*. **Б**.

5. Оскільки довжина будь-якої сторони трикутника має бути меншою за суму довжин двох інших сторін, то бічні сторони трикутника дорівнюють по 7 см, а основа — 3 см. Отже, $AB = BC = 7$ см, $AC = 3$ см. Тоді $P = AB + BC + AC = 7 + 7 + 3 = 17$ (см). *Відповідь*. **Г**.



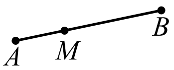
6. $2f(-7) - 3g(-5) = 2f(7) + 3g(5) = 2\cdot(-11) + 3\cdot(-2) = -28$. *Відповідь*. **А**.

7. $(\ldots) = a^2 - 16a + 64$. *Відповідь*. **А**.

8. $(\ldots)=\frac{2\cdot 3}{4}+\frac{12}{25}\cdot\frac{20}{3}=\frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{4}^{2}}+\frac{\cancel{12}^{4}\cdot\cancel{20}^{4}}{\cancel{25}^{5}\cdot\cancel{3}^{1}}=\frac{3}{2}+\frac{16}{5}=1,5+3,2=4,7.$ *Відповідь*. **В**.

9. $(\ldots)=\frac{(a+2)(a^2-2a+4)}{a(a-2)(a+2)}\cdot\frac{7(a-2)}{a^2-2a+4}+\frac{a}{7}=\frac{7}{a}+\frac{a}{7}=\frac{49+a^2}{7a}=\frac{a^2+49}{7a}.$ *Відповідь*. **Г**.

10. За властивістю вимірювання відрізків $AB = AM + MB = 5 + 15 = 20$ (см).



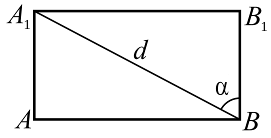
Тоді $\frac{AM}{AB}=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}.$ *Відповідь*. **А**.

11. (...); $\begin{cases}2x+3y=-8;\\-2x+4y=-6;\end{cases}$ $\begin{cases}2x=-8-3y;\\7y=-14;\end{cases}$ $\begin{cases}2x=-2;\\y=-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-1;\\y=-2.\end{cases}$ Тоді $-1 + (-2) = -3$. *Відповідь*. **В**.

12. $y' = 3(\cos x)' = -3\sin x$. $y'(x_0) = -3\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{3}{2}$. *Відповідь*. **Б**.

13. (...). Поділимо на $5^x > 0$: $\left(\frac{3}{5}\right)^x > 1$; $\left(\frac{3}{5}\right)^x > \left(\frac{3}{5}\right)^0$. Оскільки $\frac{3}{5} < 1$, то $x < 0$; $x \in (-\infty; 0)$. *Відповідь*. **А**.

14. $(...) = \cos(1080° - 30°) = \cos(3 \cdot 360° - 30°) = \cos(-30°) = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$. *Відповідь*. **В**.



15. Розгорткою бічної поверхні циліндра є прямокутник AA_1B_1B, $A_1B = d$, $\angle A_1BB_1 = \alpha$. Сторони AA_1 і BB_1 є твірними (висотою) циліндра, а сторони AB і A_1B_1 — довжини кіл основ циліндра. Розглянемо прямокутний трикутник A_1B_1B ($\angle B_1 = 90°$). Маємо: $A_1B_1 = d\sin\alpha$. Тоді $A_1B_1 = C = 2\pi R = d\sin\alpha$; $R = \frac{d\sin\alpha}{2\pi}$. *Відповідь*. **Б**.

16. Площа клумби дорівнює $S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 6^2}{4} = 9\pi$ (м^2). Тоді площа одного сектора становить $9\pi : 6 = 1{,}5\pi$ (м^2) $= 150\pi$ дм^2 ≈ 471 дм^2. В одному секторі можна посадити $471 : 1 = 471$ (садж.). Їх вартість $471 \cdot 15 = 7065$ (грн). Щоб озеленити всю клумбу, потрібно $6 \cdot 7065 = 42390$ (грн). *Відповідь*. **В**.

17. 1. $\int_0^1 x^3dx = \frac{x^4}{4}\Big|_0^1 = \frac{1}{4}\left(1^4 - 0^4\right) = \frac{1}{4}$, тому 1В. **2.** $\int_0^1 x^2dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}\left(1^3 - 0^3\right) = \frac{1}{3}$, тому 2Г.

3. $\int_0^1 xdx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}\left(1^2 - 0^2\right) = \frac{1}{2}$, тому 3Д. *Відповідь*. 1В; 2Г; 3Д.

	А	Б	В	Г	Д
1			X		
2				X	
3					X

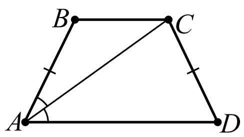
18. 1. $2x = \pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$; $x = \frac{\pi}{2}n$, $n \in \boldsymbol{Z}$. Множині $[0; 2\pi]$ належать розв'язки $\left\{0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}; 2\pi\right\}$, тому 1Б.

2. (...); $\cos x = 1$; $x = 2\pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$. Множині $[0; 2\pi]$ належать розв'язки $\{0; 2\pi\}$, тому 2А.

3. (...); $2x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$; $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$, $n \in \boldsymbol{Z}$. Множині $[0; 2\pi]$ належать розв'язки $\left\{\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right\}$, тому 3Д.

Відповідь. 1Б; 2А; 3Д.

	А	Б	В	Г	Д
1		X			
2	X				
3					X

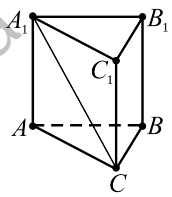


19. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD \| BC$, $AB = CD$), AC — бісектриса, $\angle CAD = 30°$. Оскільки AC — бісектриса, то маємо: $\angle BAC = \angle CAD$. $\angle CAD = \angle ACB$ як внутрішні різносторонні при $AD \| BC$ та січній AC. Тоді $\angle BAC = \angle ACB$ і трикутник ABC — рівнобедрений з основою AC. Отже, $AB = BC = CD$. У трикутнику ACD $\angle A = 30°$, $\angle D = 60°$, тоді $\angle C = 90°$. $CD = 0{,}5AD$. Отже, $P = AB + BC + CD + AD = 3 \cdot 0{,}5AD + AD = 2{,}5AD$.

1. $AD = 4$ см, $P = 2{,}5 \cdot 4 = 10$ (см), тому 1В. **2.** $AD = 8$ см, $P = 2{,}5 \cdot 8 = 20$ (см), тому 2А.

3. $AD = 24$ см, $P = 2{,}5 \cdot 24 = 60$ (см), тому 3Б. *Відповідь*. 1В; 2А; 3Б.

	А	Б	В	Г	Д
1			X		
2	X				
3		X			



20. Нехай $ABCA_1B_1C_1$ — правильна трикутна призма, a — сторона основи, $A_1C = d$ — діагональ бічної грані AA_1C_1C. У правильній трикутній призмі $S_{б.} = 3aH$. Оскільки кожна бічна грань правильної призми є прямокутником, то бічне ребро перпендикулярне до площини основи. Тоді $AA_1 \perp AC$. З прямокутного трикутника A_1AC ($\angle A = 90°$) за теоремою Піфагора одержимо: $H = \sqrt{d^2 - a^2}$. $S_{б.} = 3a\sqrt{d^2 - a^2}$.

1. $a = 3$ см, $d = 5$ см; $S_{б.} = 3 \cdot 3\sqrt{5^2 - 3^2} = 9\sqrt{16} = 9 \cdot 4 = 36$ (см^2), тому 1В.

2. $a = 6$ см, $d = 10$ см; $S_{б.} = 3 \cdot 6\sqrt{10^2 - 6^2} = 18\sqrt{64} = 18 \cdot 8 = 144$ (см^2), тому 2Г.

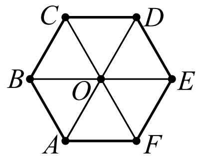
3. $a = 5$ см, $d = 13$ см; $S_{б.} = 3 \cdot 5\sqrt{13^2 - 5^2} = 15\sqrt{144} = 15 \cdot 12 = 180$ (см^2), тому 3А.

Відповідь. 1В; 2Г; 3А.

	А	Б	В	Г	Д
1			X		
2				X	
3	X				

21. 1. Нехай x — маса міді, тоді маса цинку — $7x$. Загальна маса сплаву дорівнює $x + 7x = 8x$. Тоді $8x = 32$; $x = 4$ (кг). **2.** Відсотковий уміст міді $\frac{x}{8x} = \frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\%$. *Відповідь*. **1.** 4. **2.** 12,5.

22. 1. Нехай $ABCDEF$ — правильний шестикутник, $AB = 10$ см. Оскільки шестикутник правильний, то діагоналі AD, BE і CF рівні, перетинаються в центрі описаного кола O і діляться нею навпіл. Тому $AO = BO$. Центральний кут AOB шестикутника дорівнює $\frac{360°}{6} = 60°$. **2.** Якщо кут при вершині рівнобедреного трикутника дорівнює 60°, то ABO — рівносторонній, $AO = AB = 10$ см. Тоді $AD = 2AO = 2\cdot 10 = 20$ (см). *Відповідь*. **1.** 60. **2.** 20.



23. 1. Перетворимо рівняння сфери: $(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) + z^2 - 1 - 1 - 2 = 0$; $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 2^2$. Тоді радіус сфери дорівнює $R = 2$.

2. $S = 4\pi R^2 = 4\pi\cdot 2^2 = 16\pi$. Тому $\frac{S}{\pi} = \frac{16\pi}{\pi} = 16$. *Відповідь*. **1.** 2. **2.** 16.

24. 1. $b_8 = 32$; $b_5 = 4$; $b_8 = b_1q^7$; $b_5 = b_1q^4$; $q^3 = b_8 : b_5$; $q^3 = 32 : 4$; $q^3 = 8$; $q = 2$.

2. $b_5 = b_1q^4$; $b_1 = \frac{b_5}{q^4} = \frac{4}{2^4} = \frac{4}{16} = 0,25$. *Відповідь*. **1.** 2. **2.** 0,25.

25. Нехай подія A — навмання взятий олівець не зелений. Усього олівців є $n = 8 + 3 + 9 = 20$. Сприятливими для події A є кількість незелених олівців, тобто $m = 8 + 3 = 11$. Тоді одержимо: $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{11}{20} = 0,55$.

Відповідь. 0,55.

26. За 2 год перший велосипедист проїхав $15 \cdot 2 = 30$ (км), а другий — $12 \cdot 2 = 24$ (км). Тому відстань між пунктами A та B дорівнює $30 + 24 = 54$ (км). *Відповідь*. 54.

27. $(...) = \log_2 32 + \log_3 27 = 5 + 3 = 8$. *Відповідь*. 8.

28. (...); $x + 4 = \pm 3$; $x_1 = -1$; $x_2 = -7$; $x \in \{-7; -1\}$. Більшим розв'язком є число –1. *Відповідь*. –1.

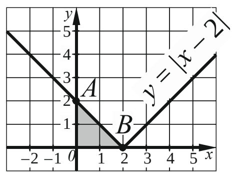
29. Одну ручку можна вибрати $m_1 = 7$ способами, а один олівець — $m_2 = 5$ способами. Тоді за правилом добутку комплект з однієї ручки і одного олівця можна вибрати $m_1 \cdot m_2 = 7 \cdot 5 = 35$ (способами). *Відповідь*. 35.

30. 1. $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x - 2|$. Якщо $x = 0$, то $y(0) = 2$; якщо $y = 0$, то $|x - 2| = 0$; $x = 2$.

x	y
0	2
2	0

2. Оскільки $|x - 2| \geq 0$, то $E(y) = [0; +\infty)$.

3. $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = |x - 2|$. Якщо $x \leq 2$, то $y = 2 - x$; якщо $x > 2$, то $y = x - 2$.



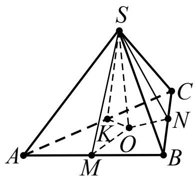
4. Точка $A(0; 2)$ — точка перетину графіка функції з віссю ординат; $B(2; 0)$ — точка перетину графіка з віссю абсцис.

5–6. Прямокутний трикутник AOB ($\angle O = 90°$) — фігура, обмежена осями координат і графіком функції $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$. $S = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ (кв. од.). Водночас площу можна обчислити іншим способом. Оскільки при $x \leq 2$ $y = 2 - x$, то одержимо:

$$S = \int_0^2 (2 - x)\,dx = -\int_0^2 (x - 2)\,d(x - 2) = -\left.\frac{(x-2)^2}{2}\right|_0^2 = -\left(\frac{(2-2)^2}{2} - \frac{(0-2)^2}{2}\right) = 2 \text{ (кв. од.)}.$$

Відповідь. 2 кв. од.

31. 1. Нехай $SABC$ — трикутна піраміда, усі бічні грані якої нахилені до площини основи під кутом 45°, $AB = 12$ см, $BC = 5$ см, $AC = 13$ см. Проведемо $SO \perp (ABC)$ та $SN \perp CB$, $SM \perp AB$, $SK \perp AC$. За теоремою про три перпендикуляри $ON \perp CB$, $OM \perp AB$, $OK \perp AC$. Тоді $\angle SNO = \angle SMO = \angle SKO = 45°$ як лінійні кути двогранних кутів між бічними гранями і площиною основи. Тому $\Delta SON = \Delta SOM = \Delta SOK$ як прямокутні за гострим кутом і катетом. Отже, $ON = OM = OK$. Тоді точка O — центр вписаного кола.



2. Оскільки $13^2 = 12^2 + 5^2$, то трикутник ABC — прямокутний ($\angle B = 90°$).

3. $S_{ABC} = \frac{5\cdot 12}{2} = 30$ (см²). Далі маємо: $p = \frac{12+5+13}{2} = 15$ (см); $ON = r = \frac{S}{p} = \frac{30}{15} = 2$ (см). З рівнобедреного прямокутного ΔSON ($\angle O = 90°$; $\angle N = 45°$): $SO = ON = 2$ (см). *Відповідь*. **3.** 2 см.

32. 1. Нехай $\sin x = t$, $|t| \leq 1$. $1 + at = a^2 - t^2$; $t^2 + at + 1 - a^2 = 0$. Квадратне рівняння має корені, якщо $D \geq 0$. Тому $D = a^2 - 4(1 - a^2) = 5a^2 - 4 \geq 0$; $\left(a - 0,4\sqrt{5}\right)\left(a + 0,4\sqrt{5}\right) \geq 0$; $a \in \left(-\infty; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; +\infty\right)$.

Знайдемо, за яких значень a виконується умова $|t| \le 1$, або $|2t| \le 2$, де t — корінь квадратного рівняння: $2t = -a \pm \sqrt{5a^2-4}$.

1) $\left|-a-\sqrt{5a^2-4}\right| \le 2$; $-2 \le -a-\sqrt{5a^2-4} \le 2$; $-a-2 \le \sqrt{5a^2-4} \le 2-a$, $\begin{cases}\sqrt{5a^2-4} \ge -a-2,\\ \sqrt{5a^2-4} \le 2-a.\end{cases}$

Розглянемо три випадки: а) $a > 2$; б) $-2 \le a \le 2$; в) $a < -2$.

а) якщо $a > 2$, то $-a-2 < 0$ і $2-a < 0$, а $\sqrt{5a^2-4} \ge 0$, що неможливо. Отже, $a \in \varnothing$.

б) $-2 \le a \le 2$; $\begin{cases}5a^2-4 \le (2-a)^2,\\ 5a^2-4 \ge 0;\end{cases}$ $\begin{cases}(a+2)(a-1) \le 0,\\ a \in \left(-\infty; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; +\infty\right);\end{cases}$ $\begin{cases}a \in [-2; 1],\\ a \in \left(-\infty; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; +\infty\right);\end{cases}$ $a \in \left[-2; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; 1\right]$.

в) $a < -2$; $\begin{cases}5a^2-4 \le (2-a)^2,\\ 5a^2-4 \ge (-a-2)^2;\end{cases}$ $\begin{cases}(a+2)(a-1) \le 0,\\ (a-2)(a+1) \ge 0;\end{cases}$ $\begin{cases}a \in [-2; 1],\\ a \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty);\end{cases}$ $a \in [-2; -1]$. Оскільки $a < -2$, то $a \in \varnothing$.

Одержимо: $a \in \left[-2; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; 1\right]$.

2) $\left|-a+\sqrt{5a^2-4}\right| \le 2$; $-2 \le -a+\sqrt{5a^2-4} \le 2$; $\begin{cases}\sqrt{5a^2-4} \ge a-2,\\ \sqrt{5a^2-4} \le 2+a.\end{cases}$

Розглянемо три випадки: а) $a > 2$; б) $-2 \le a \le 2$; в) $a < -2$.

а) $a > 2$; $\begin{cases}5a^2-4 \le (2+a)^2,\\ 5a^2-4 \ge (a-2)^2;\end{cases}$ $\begin{cases}(a-2)(a+1) \le 0,\\ (a+2)(a-1) \ge 0;\end{cases}$ $\begin{cases}a \in [-1; 2],\\ a \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty);\end{cases}$ $a \in [1; 2]$. Оскільки $a > 2$, то $a \in \varnothing$.

б) $-2 \le a \le 2$; $\begin{cases}5a^2-4 \le (2+a)^2,\\ 5a^2-4 \ge 0;\end{cases}$ $\begin{cases}(a-2)(a+1) \le 0,\\ a \in \left(-\infty; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; +\infty\right);\end{cases}$ $\begin{cases}a \in [-1; 2],\\ a \in \left(-\infty; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; +\infty\right);\end{cases}$ $a \in \left[-1; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; 2\right]$.

в) $a < -2$; $-a-2 < 0$ і $2-a < 0$, а $\sqrt{5a^2-4} \ge 0$, що неможливо. Отже, $a \in \varnothing$.

Отже, рівняння має корені, якщо $\left[\begin{array}{l}a \in \left[-2; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; 1\right],\\ a \in \left[-1; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; 2\right];\end{array}\right.$ $a \in \left[-2; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; 2\right]$.

2. Якщо $a \in \left[-1; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; 2\right]$, то $\sin x = \dfrac{-a+\sqrt{5a^2-4}}{2}$, звідки $x = (-1)^n \arcsin\left(\dfrac{-a+\sqrt{5a^2-4}}{2}\right) + \pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$;

якщо $a \in \left[-2; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; 1\right]$, то $\sin x = \dfrac{-a-\sqrt{5a^2-4}}{2}$, звідки $x = (-1)^k \arcsin\left(\dfrac{-a-\sqrt{5a^2-4}}{2}\right) + \pi k$, $k \in \boldsymbol{Z}$.

Врахувавши обидва випадки, маємо:
Відповідь.

1. Рівняння має корені, якщо $a \in \left[-2; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; 2\right]$.

2. Рівняння має корені $x = (-1)^k \arcsin\left(\dfrac{-a-\sqrt{5a^2-4}}{2}\right) + \pi k$, $k \in \boldsymbol{Z}$, якщо $a \in [-2; -1)$;

рівняння має корені $x_1 = (-1)^k \arcsin\left(\dfrac{-a-\sqrt{5a^2-4}}{2}\right) + \pi k$, $k \in \boldsymbol{Z}$ і $x_2 = (-1)^n \arcsin\left(\dfrac{-a+\sqrt{5a^2-4}}{2}\right) + \pi n$,

$n \in \boldsymbol{Z}$, якщо $a \in \left[-1; -0,4\sqrt{5}\right] \cup \left[0,4\sqrt{5}; 1\right]$;

рівняння має корені $x = (-1)^n \arcsin\left(\dfrac{-a+\sqrt{5a^2-4}}{2}\right) + \pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$, якщо $a \in (1; 2]$.

ЗМІСТ

Навчальне видання

Мартинюк *Олеся Миронівна*
Гринчишин *Ярослав Тадейович*
Капеняк *Іван Богданович*
Мартинюк *Сергій Володимирович*
Бойцун *Оксана Борисівна*
Іванюк *Тетяна Георгіївна*

МАТЕМАТИКА

Тестові завдання у форматі ЗНО

Профільний рівень і рівень стандарту

За чинною програмою ЗНО

Літературне редагування: *Ірина Дворницька*
Дизайн обкладинки: *Віталій Нехай*

Формат 60×84/8. 13,06 ум. др. арк., 10,67 обл.-вид. арк. Тираж 1000. Замовлення № 21-1039.
Видавець, виготовлювач і розповсюджувач видавничої продукції Редакція газети «Підручники і посібники».
46000, м. Тернопіль, вул. Поліська, 6а. Тел.: (0352) 43-15-15; 43-10-21.
Збут: pip.ternopil@ukr.net   Редакція: editoria@i.ua
www.pp-books.com.ua
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції, серія ДК № 5143 від 05.07.2016 р.
Книга-поштою: а/с 376, Тернопіль, 46011.
Тел.: 096-948-09-27; 097-503-53-76
pip.bookpost@gmail.com